

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 19.01.2017.

VIII РАЗРЕД

1. Права  $p$  паралелна основици  $AB$  троугла  $ABC$  пресеца странице  $AC$  и  $BC$  у тачкама  $A_1$  и  $B_1$  редом тако да је површина троугла  $A_1B_1C$  једнака половини површине трапеза  $ABB_1A_1$ . Ако је дужина основице  $AB = 12\text{cm}$ , колика је дужина дужи  $A_1B_1$ ?
2. Одреди координате центра и дужину полупречника круга описаног око троугла  $A(2, 1)$ ,  $B(6, 1)$ ,  $C(2, 4)$ .
3. Растојање између два места аутомобил је прешао за 10 часова. Прву трећину пута се кретао брзином  $80\text{km/h}$ , па се четвртину пута кретао брзином  $90\text{km/h}$  и остатак пута брзином  $60\text{km/h}$ . Колико је растојање између та два места?
4. Да ли је број  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$  рационалан или ирационалан?
5. У правоуглом троуглу једна катета је једнака  $60\text{cm}$ , а висина која одговара хипотенузи је  $48\text{cm}$ . За колико је површина круга описаног око тог троугла већа од површине самог троугла? [Узети да је  $\pi \approx 3,14$ .]

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

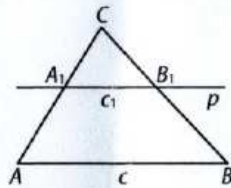
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (ML 51/1) Из услова задатка закључујемо да су троуглови  $ABC$  и  $A_1B_1C$  слични и да је површина троугла  $ABC$  три пута већа од површине троугла  $A_1B_1C$  па је  $P_{ABC} : P_{A_1B_1C} = 3:1$  (5 бодова). Како се површине сличних троуглова односе као квадрати одговарајућих страница имамо да је  $P_{ABC} : P_{A_1B_1C} = c^2 : c_1^2$  што даје да је  $3:1 = c^2 : c_1^2$  (10 бодова), односно  $3:1 = 12^2 : c_1^2$ , одакле је  $c_1 = 4\sqrt{3}$ cm. Дуж  $A_1B_1$  има дужину  $4\sqrt{3}$ cm (5 бодова).



2. (ML 49/4) Троугао  $ABC$  је правоугли и катете су паралелне координатним осама. Центар описане кружнице налазимо у пресеку симетрала катета. Симетрале катета су праве  $x = 4$  и  $y = 2,5$  па је центар описаног круга тачка  $S(4; 2,5)$  (10 бодова). Дужине катета су 4 и 3 па је дужина хипотенузе троугла  $ABC$  једнака 5, а полупречник описане кружнице 2,5 (10 бодова).

3. (ML 51/1) Означимо са  $S$  тражено растојање између та два места, са  $t_1$  временски период у коме се кретао брзином 80km/h, са  $t_2$  временски период у коме се кретао брзином 90km/h и на крају са  $t_3$  временски период у коме се кретао брзином 60km/h. Очигледно важи:

$$t_1 = \frac{S}{80} = \frac{S}{240}, \quad t_2 = \frac{S}{90} = \frac{S}{360}, \quad t_3 = \frac{S - \frac{S}{3} - \frac{S}{4}}{60} = \frac{5S}{720} \quad \text{и} \quad t_1 + t_2 + t_3 = 10.$$

Из тога следи једначина  $\frac{S}{240} + \frac{S}{360} + \frac{5S}{720} = 10$  (15 бодова) чије решење је број 720.

Растојање између та два места је 720km (5 бодова).

4.  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = |1+\sqrt{2}| = 1+\sqrt{2}$  (6 бодова);

$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$  (8 бодова);

$\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) = 2$  (6 бодова).

5. Нека је  $AC = 60$ cm и  $CD = 48$ cm висина која одговара хипотенузи. Применом Питагорине теореме је  $AD = 36$ cm. Троуглови  $ABC$  и  $ACD$  су слични јер су им сви углови једнаки. Сада је  $AD : AC = AC : AB$ , одакле је  $AB = 100$ cm (10 бодова). Површина троугла је  $2400$ cm<sup>2</sup> (3 бода) Полупречник описаног круга је 50cm, а површина тог круга је  $50^2 \cdot 3,14 = 7850$ cm<sup>2</sup> (5 бодова). Дакле, површина круга је за  $5450$ cm<sup>2</sup> већа од површине троугла (2 бода).